ESERCIZI

1 ESERCIZIO SVOLTO

Argomento *Portata di una tubazione*

In una tubazione di diametro interno 18 cm scorre dell'acqua in moto permanente; la portata massica è $q_m = 102{,}5$ kg/s , la pressione dell'acqua è di 2 bar.
La sezione si restringe, fino al diametro di 8 cm; si calcoli la velocità del liquido nella sezione ristretta, e la pressione corrispondente.

▶ Detta *A* la sezione più larga e *B* la sezione più stretta, per la legge di continuità dovrà essere

$$q_V = S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$$

con

$$q_V = \frac{q_m}{\rho} = \frac{102{,}5}{1000} = 0{,}1025 \text{ m}^3/\text{s}$$

Essendo poi

$$S_A = \frac{\pi}{4} \cdot D_A^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}18^2 \cong 0{,}025 \text{ m}^2$$

e

$$S_B = \frac{\pi}{4} \cdot D_B^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}08^2 \cong 0{,}005 \text{ m}^2$$

sarà:

$$v_A = \frac{q_V}{S_A} = \frac{0{,}1025}{0{,}025} = 4{,}05 \text{ m/s}$$

e

$$v_B = \frac{q_V}{S_B} = \frac{0{,}1025}{0{,}005} = 20{,}5 \text{ m/s}$$

che per un fluido reale è un valore eccessivo.

Nel nostro caso, considerando l'acqua un fluido ideale e applicando la corrispondente equazione di Bernoulli per una tubazione orizzontale si ha:

$$p_A + \frac{\rho \cdot v_A^2}{2} = p_B + \frac{\rho \cdot v_B^2}{2}$$

e quindi

$$p_B = p_A + \frac{\rho \cdot v_A^2}{2} - \frac{\rho \cdot v_B^2}{2} =$$

$$= 2 \cdot 10^5 + \frac{1000 \cdot 4{,}05^2}{2} - \frac{1000 \cdot 20{,}5^2}{2} \cong -1924 \text{ Pa}$$

Quindi la sezione *B*, anche trascurando le perdite d'attrito, va in depressione: quando l'acqua vi giunge comincia a bollire; è un fenomeno di cui parleremo nel capitolo 22, detto *cavitazione*.

ESERCIZI PROPOSTI

1.a ▲△△ La velocità media di un fluido che percorre una tubazione di sezione costante è di 2,48 m/s; se il diametro della tubazione è di 12 cm e la densità del fluido è di 0,9 kg/dm³, si calcoli il valore della portata volumetrica q_v in L/s, e di quella di massa q_m in kg/h.

Soluzione: $q_v \cong 28$ L/s; $q_m \cong 90\,700$ kg/h.

1.b ▲△△ Calcolare il diametro *d* di una tubazione che convoglia 40 kg/s di acqua marina ($\rho = 1025$ kg/m³) alla velocità (media) di 1,8 m/s.

Soluzione: $d \cong 16{,}45$ cm.

1.c ▲△△ In una tubazione del diametro di 10 cm, scorre dell'acqua in moto permanente alla velocità di 2 m/s; si calcoli la velocità del liquido in una sezione della condotta, ove il diametro di questa aumenta del 20%.

Soluzione: $v \cong 1{,}38$ m/s.

2 ESERCIZIO SVOLTO

Argomento *Pressione in una tubazione*

Una tubazione di sezione costante è disposta con l'asse inclinato di 30° sull'orizzontale, e convoglia (verso l'alto) dell'olio lubrificante ($\rho = 800$ kg/m³) sotto l'azione di una pompa. Se, in una sezione della condotta, la pressione effettiva del liquido è di 6 bar, si determini il valore della pressione in una sezione distante 100 m dalla prima, trascurando l'influenza delle resistenze passive (FIGURA **18.8**).

▶ Applichiamo il teorema di Bernoulli alle due sezioni 1 e 2, distanti fra loro 100 m, assumendo il piano di riferimento orizzontale e passante per il baricentro della sezione 1. Ne segue, con le notazioni della FIGURA **18.8**:

$$z_1 = 0 \qquad z_2 = 100 \cdot \text{sen } 30° = 100 \cdot 0{,}5 = 50 \text{ m}$$

essendo, per la costanza del diametro: $v_1 = v_2$ il teorema di Bernoulli diventa:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2$$

da questa relazione si ricava:

$$\frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} - z_2$$

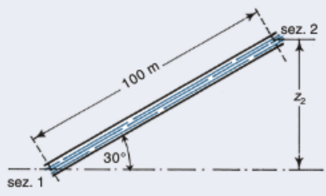
Con i dati numerici del testo:

$$\frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{600\,000}{800 \cdot 9{,}81} - 50 \cong 26{,}45 \text{ m}$$

si calcola la pressione nella sezione 2:

$$p_2 = 26{,}45 \cdot \rho \cdot g = 26{,}45 \cdot 800 \cdot 9{,}81 =$$

$$= 207\,600 \text{ Pa} \cong 2{,}08 \text{ bar}$$



18.8

ESERCIZI PROPOSTI

2.a ▲△△ Una condotta a sezione costante inclinata del 10% sull'orizzontale convoglia acqua dolce sotto la spinta di una pompa. Se la pressione effettiva del fluido entro la condotta, misurata a 500 m a valle della macchina, è di 2 bar, si determini il valore della pressione p_1 conferita dalla pompa stessa. Si trascurino le eventuali perdite per resistenze continue e accidentali.

Soluzione: $p_1 \cong 6{,}9$ bar.

2.b ▲▲△ Una condotta a sezione costante inclinata di un angolo α sull'orizzontale, convoglia nafta combustibile ($\rho = 0{,}92$ kg/dm^3) per effetto di una pompa atta a conferire una pressione iniziale effettiva di 10 bar. Sapendo che 1 km a valle, la pressione del fluido è diminuita del 60%, si determini l'inclinazione della condotta esprimendola in funzione della pendenza I.

Soluzione: $I = 6{,}52\%$.

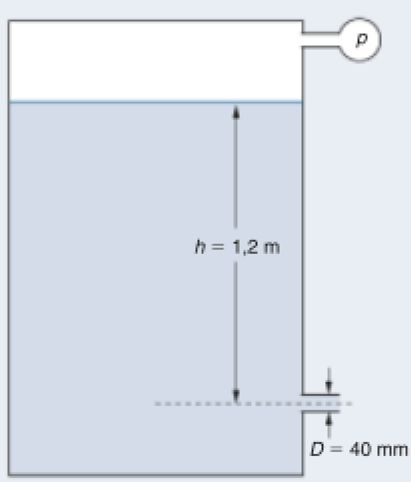
3 ESERCIZIO SVOLTO

Argomento *Efflusso da un serbatoio*

Calcolare la portata d'acqua effluente dal serbatoio nel caso indicato in FIGURA **18.9**. Si supponga che il livello nel serbatoio rimanga costante, e che la parte superiore del serbatoio sia in depressione (pressione manometrica misurata −0,04 bar).

▶ Occorre applicare, come al solito, il teorema di Bernoulli fra il pelo libero nel serbatoio e la sezione di uscita, tenendo presente che questa volta le pressioni non sono uguali, come quando abbiamo ricavato la formula di Torricelli, e che la pressione relativa sul pelo libero è pari a p (rispetto alla pressione atmosferica); il teorema di Bernoulli va scritto tenendo conto del valore di tale pressione. Si ha quindi:

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$



18.9

da cui:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{p}{\rho \cdot g} + h\right)}$$

Numericamente:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot \left(\frac{-4000}{1000 \cdot 9{,}81} + 1{,}2\right)} \cong 3{,}94 \text{ m/s}$$

La sezione d'uscita è

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}04^2 = 12{,}57 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Per cui la portata d'acqua effluente è

$$q_V = v \cdot A = 12{,}57 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}94 \cong 4{,}95 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3\text{/s}$$

ESERCIZI PROPOSTI

3.a ▲△△ Da un rubinetto si immette una portata di acqua $q_V = 0{,}5$ L/s in un recipiente che ha sul fondo un foro di area $A = 2$ cm^2. Supponendo un regime stazionario, calcolare l'altezza che l'acqua raggiunge nel recipiente all'equilibrio (portata entrante uguale a portata uscente).

Soluzione: $h \cong 32$ cm.

3.b ▲△△ In un condotto orizzontale scorre dell'acqua, con portata $q_V = 10$ L/s. In un certo tratto il condotto presenta una strozzatura di area $A = 50$ cm^2, dove un foro crea uno zampillo. Trascurando la resistenza dell'aria, quale altezza raggiungerà lo zampillo?

Soluzione: $h \cong 20$ cm.

4 ESERCIZIO SVOLTO

Argomento *Pressione in una tubazione*

Per raccordare una condotta orizzontale che presenta un aumento di diametro (da $d_1 = 10$ cm a $d_2 = 12$ cm) si interpone un tronchetto conico della lunghezza di 2 m. La condotta convoglia dell'acqua la cui velocità, nel tratto di minor diametro, è di 6 m/s; inoltre, un manometro disposto all'inizio del tronco di cono (nella sezione di diametro d_1) misura una pressione effettiva di 3 bar. Determinare il valore della pressione allo sbocco del tronchetto.

▶ Calcoliamo l'area della sezione 1 all'inizio del raccordo:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{4} \cong 78{,}5 \text{ cm}^2 = 0{,}00785 \text{ m}^2$$

e quella della sezione 2 alla fine del raccordo conico:

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 12^2}{4} \cong 113 \text{ cm}^2 = 0{,}0113 \text{ m}^2$$

La portata effluente nella condotta vale pertanto:

$$q_V = A_1 \cdot v_1 = 0{,}00785 \cdot 6 \cong 0{,}0471 \text{ m}^3\text{/s}$$

e da essa possiamo ricavare la velocità nella sezione 2:

$$v_2 = \frac{q_V}{A_2} = \frac{0{,}0471}{0{,}0113} \cong 4{,}16 \text{ m/s}$$

ESERCIZI

Applicando il teorema di Bernoulli fra le sezioni 1 e 2:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

si ricava:

$$p_2 = p_1 + \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} \cdot \rho$$

Con i dati numerici (3 bar = 300 000 Pa = 300 000 N/ m^2) si calcola la pressione p_2:

$$p_2 = p_1 + \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} \cdot \rho = 300\,000 + \frac{(6^2 - 4{,}16^2)}{2} \cdot 1000 \cong$$

$$\cong 309\,350 \text{ Pa} \cong 3{,}1 \text{ bar}$$

ESERCIZI PROPOSTI

4.a ▲△△ Per l'irrigazione di un giardino, il proprietario ricorre a una pompa collegata, tramite un tubo di gomma del diametro di 4 cm, a una lancia conica con foro di efflusso di 2 cm. Se la pompa eroga 0,4 L/s di acqua con una pressione effettiva di 1,8 bar, si calcoli la velocità di efflusso del fluido dal bocchello v_2 e la pressione nella sezione di sbocco p_2. Si trascurino le perdite per resistenze passive.

Soluzione: $v_2 \cong 1{,}27$ m/s; $p_2 \cong 1{,}79$ bar.

QUESITI

1 L'unità di misura della portata massica nel Sistema Internazionale è:

- **a** m^3/s
- **b** kg/(m · s)
- **c** kg/s
- **d** bar

2 L'unità di misura del numero di Reynolds nel Sistema Internazionale è:

- **a** m/s
- **b** m^2/s
- **c** non ha dimensioni
- **d** kg · m/s

3 In una tubazione di diametro interno 20 mm scorre un olio (densità 796 kg/m^3) alla velocità di 1 m/s; calcolare la portata massica espressa in kg/h:

4 Enunciare, al massimo in 10 righe, il teorema di Bernoulli.

5 Il numero di Reynolds è definito dalla formula:

- **a** $\dfrac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$
- **b** $\dfrac{\rho \cdot v \cdot \mu}{d}$
- **c** $\dfrac{v \cdot d}{\mu \cdot \rho}$

6 Due serbatoi di acqua A e B, di volume 1000 m^3, hanno sul fondo un foro di drenaggio; il diametro del foro di A è doppio del diametro del foro di B; la velocità di uscita dell'acqua sarà:

- **a** più alta per il serbatoio A
- **b** più alta per il serbatoio B
- **c** la stessa nei due casi

7 Due serbatoi di acqua A e B, di volume 1000 m^3, hanno sul fondo un foro di drenaggio; il diametro del foro di A è doppio del diametro del foro di B; si svuoterà per primo:

- **a** il serbatoio A
- **b** il serbatoio B
- **c** si svuoteranno insieme

8 Definire, al massimo in 20 parole, la portata volumetrica in una tubazione.

9 Definire, al massimo in 20 parole, la portata massica in una tubazione.

10 La formula di Torricelli è:

- **a** $v = \sqrt{\dfrac{g \cdot h}{2}}$
- **b** $v = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{g \cdot h}$
- **c** $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

11 Definire, al massimo in 5 righe, le caratteristiche del moto permanente.

12 Dal foro (diametro = 20 mm) di un serbatoio di volume 2000 m^3 esce acqua alla velocità di 10 m/s; calcolare il battente.

13 Descrivere, al massimo in 5 righe, le differenze tra moto permanente, stazionario e uniforme.