

Capitolo 1

Ogni corpo vincolato e soggetto a forze esterne presenta delle deformazioni.

- Se le sollecitazioni esterne sono moderate e le deformazioni sono quindi modeste, togliendo la causa che le ha prodotte si annullano completamente. Tali deformazioni hanno carattere **elastico** e sono **temporanee**.
- Se le sollecitazioni esterne sono più elevate e le deformazioni aumentano, togliendo la causa che le ha prodotte rimangono quasi inalterate. Tali deformazioni sono **anelastiche** (o **plastiche**) e sono **permanenti**.

Le deformazioni dipendono sia dalle sollecitazioni esterne sia dal materiale. Ogni costruzione deve essere dimensionata in modo da non subire deformazioni permanenti e da non rompersi.

Per valutare le caratteristiche dei materiali, si eseguono delle prove di resistenza, come la **prova di trazione**, che si effettua su un *provino standard* (UNI) (figura A). Se l è la lunghezza del provino e λ l'allungamento provocato dalla trazione, si definisce **deformazione relativa** il rapporto $\varepsilon = \lambda/l$ (adimensionale).

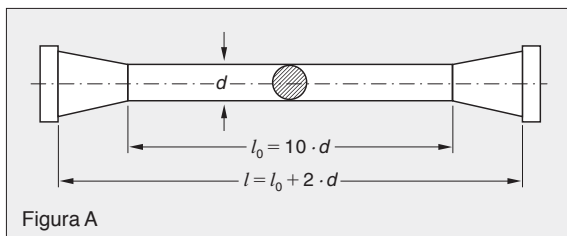


Figura A

Il diagramma che riporta la sollecitazione $\sigma = F/A$ (rapporto tra il carico F applicato al provino e l'area A della sezione del provino) in funzione della deformazione $\varepsilon = \lambda/l$ è riportato nella figura B, che evidenzia i seguenti valori caratteristici:

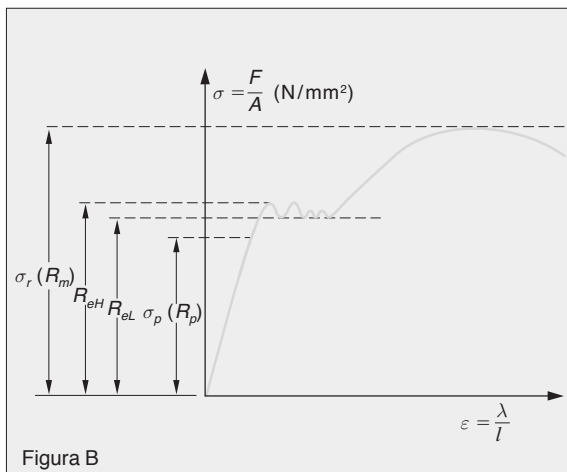


Figura B

- R_p (o σ_p): **carico unitario al limite di proporzionalità**; nel primo tratto rettilineo vale la **legge di proporzionalità** (o di **Hooke**), $\sigma = E \cdot \varepsilon$, dove E è il **modulo di elasticità normale** o **modulo di Young**, una caratteristica del materiale;
 - R_{eL} : **carico unitario di snervamento inferiore**;
 - R_{eH} : **carico unitario di snervamento superiore**.
- Se il tratto seghettato non è presente, il carico unitario di snervamento è unico, e si indica comunemente con σ_s (limite di snervamento).
- R_m (o σ_r): **carico unitario di rottura**.

Materiali fragili non hanno un tratto proporzionale e non presentano una σ_s individuabile. Materiali malleabili raggiungono velocemente lo snervamento (senza il tratto seghettato) e manifestano ampie deformazioni anche sotto carichi esigui (figura C).

Considerando due sezioni contigue generiche di un corpo, si sviluppano delle **tensioni interne** uguali e opposte in seguito alle sollecitazioni esterne. Quando le tensioni interne superano un certo valore le due sezioni non riescono a rimanere attaccate perché la resistenza del materiale non lo consente. L'integrità del pezzo è quindi compromessa.

Facendo riferimento a un'area unitaria, le tensioni interne si possono dividere in **tensioni normali unitarie** rispetto alla sezione su cui agiscono (σ) e ten-

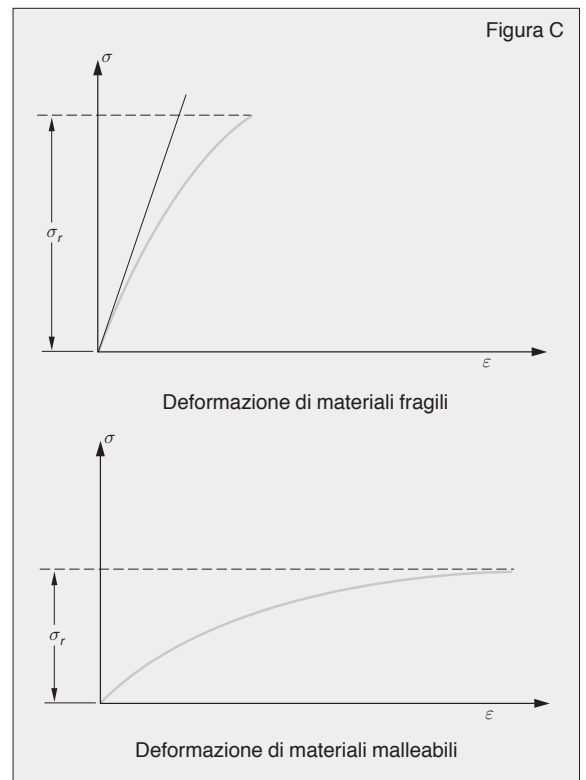
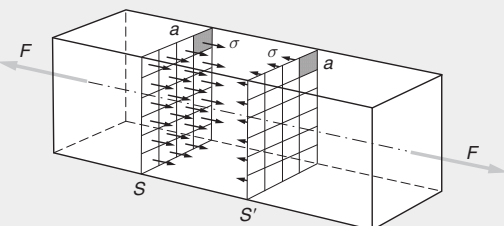
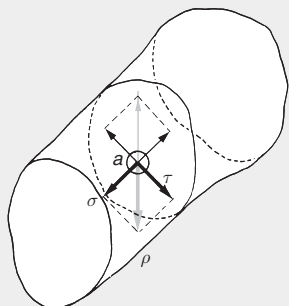


Figura C

Figura D

Tensioni interne di tipo normale (σ)Tensione interna obliqua
rispetto alla sezione su cui agisce

sioni **tangenziali unitarie** (τ) (figura D). Entrambe si misurano in $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$ o MPa. Se si immagina di dividere in due parti un pezzo in corrispondenza di una generica sezione S , le tensioni interne trasmesse da un tronco all'altro attraverso S equilibrano le sollecitazioni esterne (comprese le reazioni dei vincoli) agenti su quest'ultimo.

Il **criterio di resistenza** di ogni pezzo da costruzione si può esprimere rapportando le tensioni interne alla σ_r del materiale di cui è costituito. Poiché tutte le formule e i procedimenti di calcolo che saranno studiati si basano sulla validità della legge di Hooke, è opportuno che sia

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \\ \tau \end{array} \right\} \leq \sigma_p$$

All posto di σ_p si preferisce comunque utilizzare una frazione del carico di rottura: il **carico unitario di sicurezza**

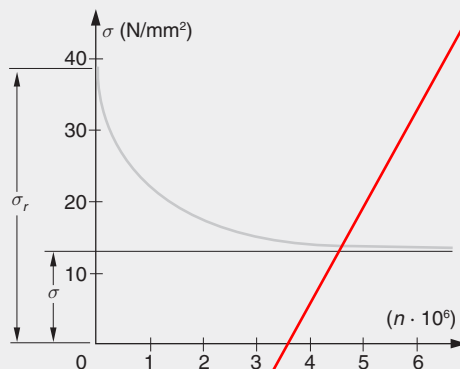
$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{a}$$

dove a è il *coefficiente di sicurezza*, compreso in valori da 2 a 4 per gli acciai e da 6 a 15 per il calcestruzzo. La condizione di resistenza si può quindi scrivere come:

$$\begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{am} \\ \tau \leq \tau_{am} \end{array}$$

Se i carichi non sono applicati gradualmente e non sono statici nel tempo ma improvvisi o variabili nel tempo, si possono avere rotture dopo un certo tempo senza che si manifestino prima ampie deformazioni e anche se il pezzo fosse stato dimensionato correttamente con il criterio di resistenza illustrato. In questi casi si parla di **cedimento per fatica** (figura E).

Figura E



Curva indicativa relativa a una prova di fatica

Da prove sperimentali risulta che dimensionando il pezzo rispetto a σ_{anf} si può assicurare la resistenza della struttura; σ_{anf} è detto **carico unitario al limite di fatica** o **limite di fatica** e vale:

- $\sigma_{anf} = \frac{2}{3} \sigma_{am}$ se la forza esterna varia tra 0 e un certo valore F ;
- $\sigma_{anf} = \frac{1}{3} \sigma_{am}$ se la forza esterna varia tra $-F$ e F .

Il **principio di Saint-Venant** afferma che in una trave soggetta a sollecitazioni esterne, a eccezione di un breve tratto iniziale dove è applicato il sistema di forze esterne, le tensioni e le deformazioni non cambiano se si sostituisce al sistema di forze esterne un altro avente la stessa risultante.

I **limiti di validità** del principio riguardano la lunghezza del tratto iniziale, pari alla dimensione maggiore della sezione della trave.

Il **principio di sovrapposizione degli effetti** afferma che l'effetto prodotto da più forze che agiscono su un componente è uguale alla somma degli effetti che le forze producono singolarmente. Il principio vale se vale la legge di Hooke.

Capitolo 2

Si consideri una trave di lunghezza l e di sezione costante A , incastrata all'estremità superiore e soggetta a un sistema di carichi all'estremo inferiore, con risultante di intensità N , retta d'azione coincidente con l'asse geometrico della trave stessa e diretta verso l'esterno. Per effetto di N e della reazione R , la trave tende esclusivamente ad allungarsi e la sollecitazione si definisce **trazione semplice**. L'intensità delle tensioni interne è costante e vale:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

e l'equazione di stabilità a trazione è:

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{am}$$

Questa può essere utilizzata per:

- **calcolo di progetto**, per determinare A minima dati N e σ_{am} ;
- **calcolo di controllo**, per determinare il valore di N massimo dati A e σ_{am} ;
- **calcolo di verifica**, per determinare la tensione σ , dati N e A , e confrontarla con il valore di σ_{am} .

L'allungamento relativo, adimensionale, è dato da $\varepsilon = \lambda/l$, nella direzione della trazione. Per la legge di Hooke, il valore λ dell'allungamento della trave è pari a:

$$\lambda = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

Questo valore deve essere contenuto, in modo tale da poter applicare la legge di Hooke. Indicando con x l'asse della trave, l'allungamento relativo nelle direzioni y e z ortogonali a x vale:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{1}{m} \varepsilon_x$$

Il coefficiente m è una caratteristica del materiale ed è noto come **coefficiente di Poisson**; per materiali come l'acciaio il suo valore è circa 10/3.

Se il solido è sollecitato a trazione nelle tre direzioni, si definiscono le **tensioni interne ideali** atte a produrre le stesse dilatazioni che sono sviluppate dalle tre sollecitazioni di trazione agenti in contemporanea. Uno dei **criteri di resistenza** è quello di limitare opportunamente le deformazioni, ovvero confrontare ognuna delle tre tensioni interne ideali con il carico di sicurezza.

Se la risultante delle forze esterne è diretta in verso opposto, la trave è soggetta a **compressione** e l'equazione di stabilità è:

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{amc}$$

dove σ_{amc} , detto **carico unitario di sicurezza a compressione**, è solitamente uguale a σ_{amt} (carico unitario di sicurezza a trazione) per materiali come gli acciai, mentre per materiali come la ghisa $\sigma_{amc} > \sigma_{amt}$ e per materiali come il legno $\sigma_{amc} < \sigma_{amt}$. Indicando con b il lato minore della sezione della trave, se $l \leq 10 \cdot b$ la trave può essere dimensionata a compressione, in caso opposto anche un carico di compressione basso può portare alla rottura; si parla di **travi caricate di punta** e sono studiate con altri metodi.

Le **variazioni di temperatura** devono essere valutate perché incidono sul carico di rottura del materiale e perché producono deformazioni nella struttura, le cui conseguenze possono essere dannose se impediti dai vincoli. Per quanto riguarda le caratteristiche del materiale, basta utilizzare un grado di sicurezza maggiore. La tensione in seguito a una deformazione dovuta alla variazione di temperatura impedita dai vincoli vale:

$$\sigma = \alpha \cdot E \cdot \Delta t$$

dove α è il *coefficiente di dilatazione termica lineare* del materiale.

Se un solido ha brusche variazioni di sezione, si definisce un **fattore di intaglio** K_t , funzione della forma del corpo e della variazione di sezione. I valori di questo fattore sono riportati in grafici in base alla forma del corpo per i casi comuni nelle costruzioni meccaniche. Il valore della tensione calcolata deve essere moltiplicato per il fattore d'intaglio per tenere conto del fatto che la tensione non è più uniformemente distribuita ma si concentra in zone quali gole, fori, raccordi, intagli ecc.

Un **solido cilindrico soggetto a pressione interna** p è soggetto a una tensione

$$\frac{p \cdot r}{s} \leq \sigma_{am}$$

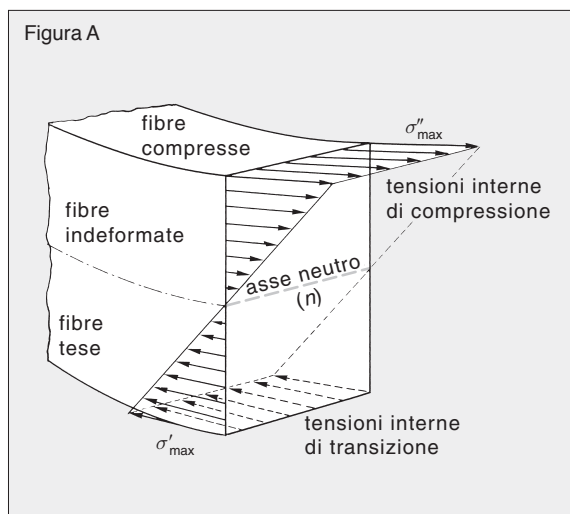
Se il solido è un **contenitore sferico**, la tensione vale invece:

$$\frac{p \cdot r}{2 \cdot s} \leq \sigma_{am}$$

Capitolo 3

Una trave è soggetta alla sollecitazione di **flessione semplice** quando il sistema di forze esterne si riduce a un momento M_f che agisce in un piano (**piano di sollecitazione**) contenente l'asse longitudinale della trave stessa. Se il piano contiene anche un asse di simmetria della sezione della trave, si parla di **flessione retta**. Si suppone che valga la legge di Hooke, che il momento sia costante e che le sezioni rimangano piane. La trave si deforma come un arco di cerchio. Esiste di conseguenza un piano normale al piano di deformazione (**strato neutro**) né compresso né teso; l'intersezione di questo piano con una sezione qualsiasi individua l'**asse neutro**, che passa per il baricentro della sezione (figura A).

Figura A



L'**angolo di flessione** vale:

$$\varphi = \frac{M_f \cdot l}{E \cdot I}$$

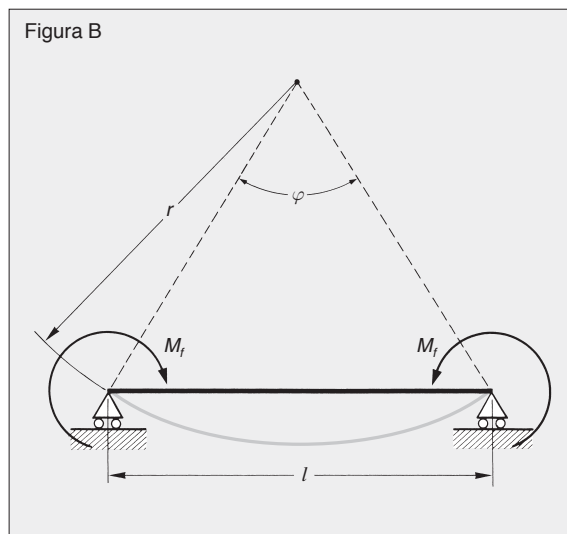
dove I è il momento d'inerzia della sezione calcolato rispetto l'asse neutro (figura B).

In ogni sezione la tensione varia aumentando in valore assoluto allontanandosi dall'asse neutro, dove si annulla:

$$\sigma = \frac{M_f \cdot y}{I}$$

dove y indica la distanza dall'asse neutro (con segno).

Figura B



Il **modulo di resistenza a flessione** vale:

$$W_f = \frac{I}{y_{\max}}$$

L'equazione di stabilità a flessione è quindi:

$$\frac{M_f}{W_f} \leq \sigma_{am}$$

e si utilizza per il calcolo di verifica, per il calcolo di progetto e per il calcolo di controllo.

Nel **calcolo di progetto** criteri economici consigliano di impiegare sezioni che a parità di area abbiano alto valore del modulo di resistenza, che dipende principalmente dal momento d'inerzia. Quindi conviene utilizzare, per risparmiare materiale e diminuire il peso, sezioni che concentrano il materiale lontano dall'asse neutro. Fra le sezioni semplici si utilizza quindi la sezione rettangolare, con lati in un rapporto compreso tra 0,6 e 0,7. Esistono poi in questa ottica **profilati metallici** unificati dalla UNI, con sezioni a T, doppio T, C, L e profilati angolari.

Se un materiale ha **carico di rottura a compressione diverso da quello a trazione** non conviene utilizzare sezioni simmetriche, poiché la tensione massima di trazione sarà uguale a quella di compressione, essendo il baricentro equidistante dai bordi. Si utilizzano quindi sezioni asimmetriche, posizionate in modo che il baricentro sia vicino al bordo dove si hanno le tensioni per le quali il carico di rottura è minore.

Capitolo 5

Una sezione di una trave è sollecitata a **taglio** quando la risultante T delle forze esterne che la precedono giace nel piano della sezione e passa per il baricentro. Convenzionalmente il taglio è positivo quando T è rivolta verso l'altro, se valutata mediante la sommatoria delle forze a sinistra della sezione. Se un tratto di trave non è soggetta a carichi esterni, il taglio si mantiene costante. Se in un punto agisce un carico concentrato, il valore del taglio subisce una brusca variazione di intensità. In presenza di carichi di distribuiti il taglio varia con continuità.

Due sezioni contigue della trave tendono a slittare a causa del taglio e quindi sorge un complesso di tensioni tangenziali che tendono a contrastare questo

fenomeno (figura A). Indicando con S_i il momento statico della parte di sezione compresa tra il contorno inferiore e il segmento orizzontale passante per P , si ha che

$$\tau = \frac{T \cdot S_i}{I \cdot b}$$

- **Sezione rettangolare** (figura B): il valore della tensione è nullo sui bordi lontani dall'asse neutro e vale:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{b \cdot h}$$

sull'asse neutro.

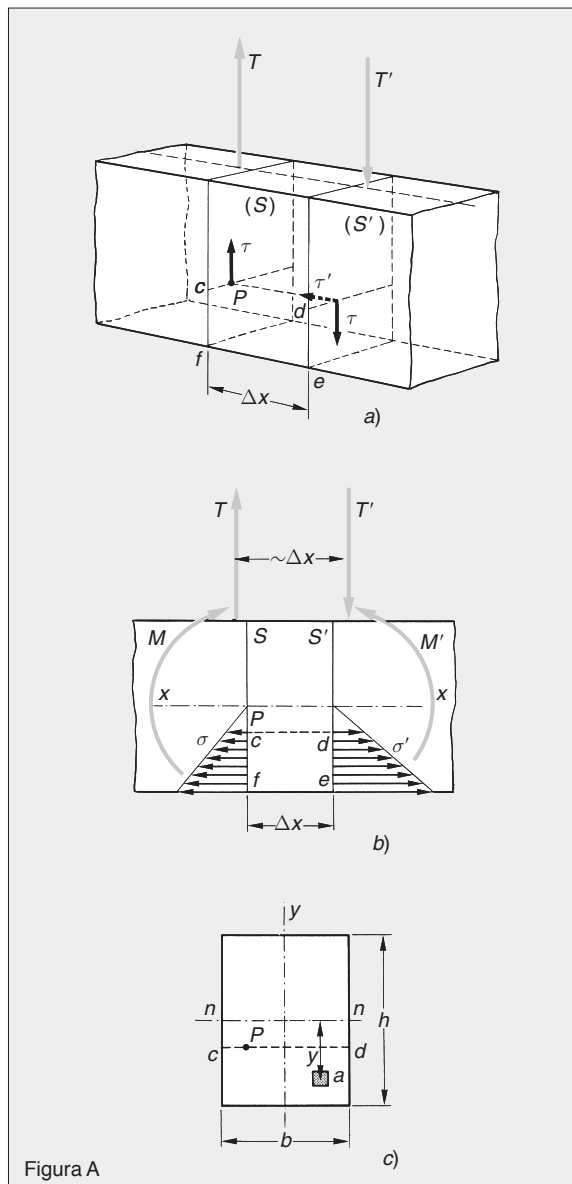


Figura A

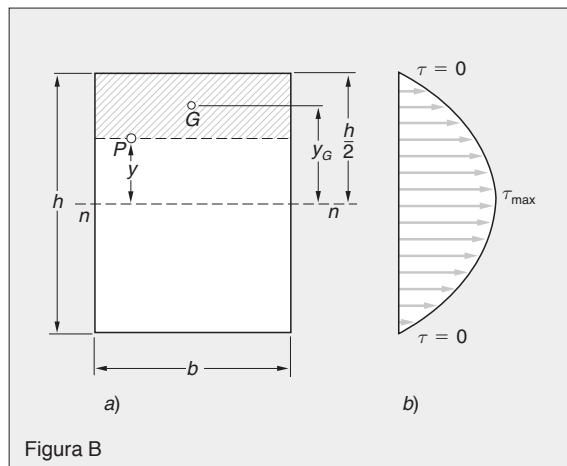


Figura B

- **Sezione circolare** (figura C): la tensione tangenziale si annulla ai vertici superiore e inferiore; la tensione è tangente al contorno e ha un valore massimo sui bordi sull'asse neutro, dove vale:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{T}{\pi \cdot r^2}$$

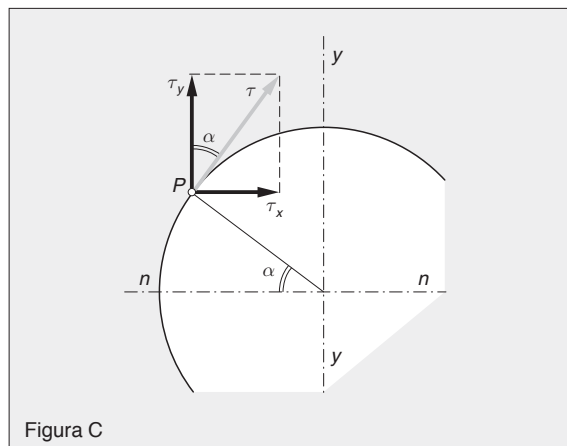
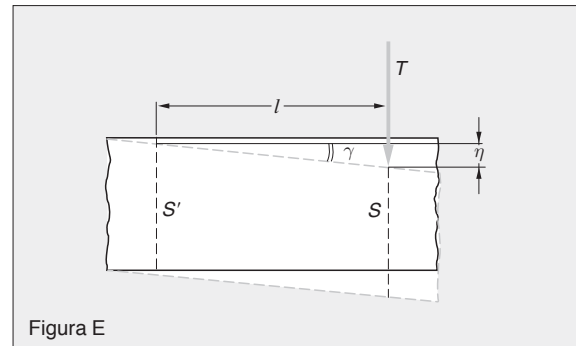
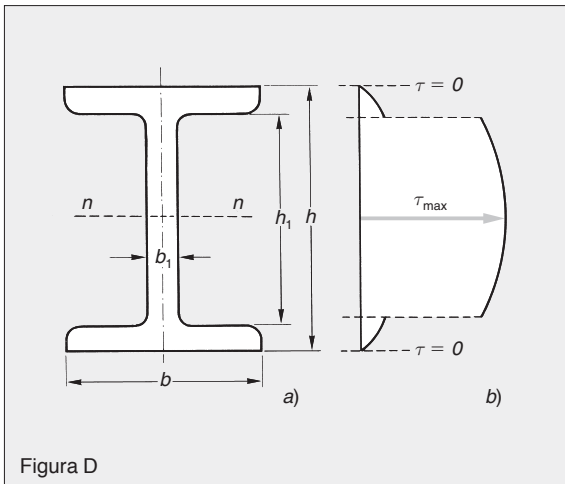


Figura C



• **Sezione a «doppio T»** (figura D): la tensione tangenziale ha una brusca variazione passando dalle ali all'anima e ha un valore non costante lungo le ali, ma esiste solo in un breve tratto nelle vicinanze dell'attacco all'anima. Con una formula approssimata:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{b_1 \cdot h_1}$$

in corrispondenza dell'asse neutro.

La tensione, proprio per il principio di reciprocità, si annulla al bordo inferiore o superiore di ogni sezione e in generale non è quindi uniformemente distribuita. Supponendo invece che abbia distribuzione uniforme nella sezione, l'**equazione di stabilità a taglio** è:

$$\frac{T}{A} \leq \tau_{am}$$

Supponendo che le sezioni si mantengano piane, si può scrivere $\tau = G \cdot \gamma$ dove γ indica lo scorrimento.

Si ottiene che l'abbassamento vale (figura E):

$$\eta = \frac{T \cdot l}{G \cdot A}$$

Indicando con

$$\gamma_m = \alpha \cdot \frac{T}{G \cdot A}$$

lo scorrimento medio in corrispondenza dell'asse geometrico (α è il **fattore di taglio**), si ottiene l'abbassamento medio:

$$\eta_m = \alpha \cdot \frac{T \cdot l}{G \cdot A}$$

Anche nel caso del taglio esistono **tensioni interne secondarie** normali, con valori non trascurabili per le fibre orientate a 45°. Da queste considerazioni si ottiene il legame tra τ_{am} e σ_{am} come per il caso della torsione.

La tabella riporta una sintesi delle sollecitazioni semplici.

Tavola sinottica delle sollecitazioni semplici

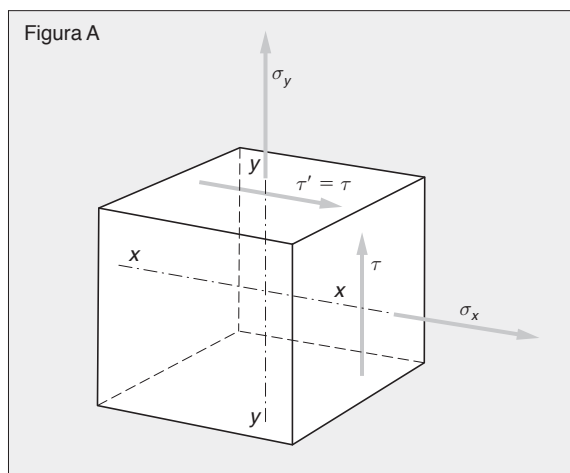
Tipo di sollecitazione	Formula di stabilità	Formula di deformazione
Trazione (o compressione)	$\frac{N}{A} \leq \sigma_{am}$	$\lambda = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$
Flessione	$\frac{M_f}{W} \leq \sigma_{am}$	$\varphi = \frac{M_f \cdot l}{E \cdot I}$
Torsione	$\frac{M_t}{W_t} \leq \tau_{am}$	$\theta = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p}$
Taglio	$\frac{T}{A} \leq \tau_{am}$ $\frac{T \cdot S}{J \cdot b} \leq \tau_{am}$	$\eta = \frac{T \cdot l}{G \cdot A}$ $\eta_m = \alpha \cdot \frac{T \cdot l}{G \cdot A}$
Per materiali duttili:	$\tau_{am} = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{am}$	$G = \frac{2}{5} \cdot E$

Capitolo 6

A eccezione dello sforzo normale, è raro che una trave sia soggetta solamente a una sollecitazione semplice. Il taglio si manifesta quasi sempre con la flessione e solidi disposti orizzontalmente e soggetti a torsione sono anche soggetti al proprio peso e quindi anche a flessione.

Nel caso le sollecitazioni diano origine allo stesso tipo di tensione, sforzo normale e flessione oppure torsione e taglio, si può utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti e sommare gli stati di tensione ottenuti dalle singole sollecitazioni. Nel primo caso otterremo un σ da confrontare con σ_{am} e nel secondo un τ da confrontare con τ_{am} .

Nel caso un solido sia soggetto alle quattro sollecitazioni contemporaneamente, si può schematizzare lo stato di tensione di un suo elemento solido come in figura A.



Le tensioni τ' sono presenti in virtù del principio di reciprocità. In questo caso si parla di stato di tensione **biassiale**. L'ipotesi esemplificativa che viene solitamente fatta è quella di ridurre uno stato di tensione biassiale a uno stato di tensione **monoassiale**, sostituendo tutto il complesso di tensioni con una **tensione interna ideale** di tipo normale (σ_{id}). Le ipotesi più comuni sono le seguenti:

• **Ipotesi della massima dilatazione (Saint-Venant)**, secondo cui la dilatazione prodotta dalla σ_{id} non deve superare i limiti ottenuti dalla prova di resistenza a trazione. In questo caso, se $\sigma_y = 0$, si ottiene:

$$\sigma_{id} = \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot \sigma_x + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau^2}$$

Questa ipotesi non è più utilizzata:

• **Ipotesi del massimo lavoro di distorsione (Von Mises)**, secondo cui si ritiene che il solido raggiunga lo snervamento quando una certa parte

del lavoro di deformazione è pari a quello rilevato nelle provette delle prove a trazione. In questo caso si ottiene:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2}$$

che è l'espressione raccomandata dalla norma UNI-CNR 10011. In presenza di sole sollecitazioni tangenziali si ricava:

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}}$$

• **Ipotesi della massima tensione tangenziale (Guest-Tresca)**, che conduce all'espressione:

$$\sigma_{id} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau^2}$$

ancora più restrittiva delle precedenti nel caso di presenza di sollecitazioni di torsione o taglio. Nel volume sarà sempre utilizzata l'ipotesi di Von Mises.

Il caso di **sforzo assiale e torsione** è comune negli alberi di propulsione dei mezzi navali. Ipotizzando di trascurare il peso degli alberi e che N e M_t siano costanti, si possono applicare direttamente le ipotesi sopra indicate, ottenendo per esempio una tensione ideale di Von Mises pari a:

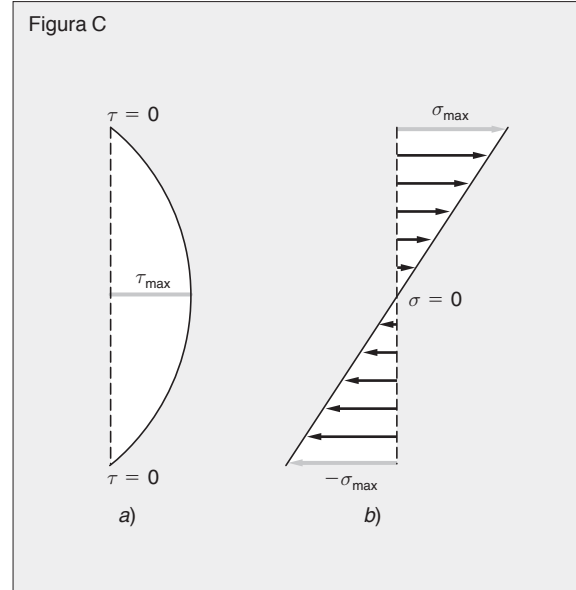
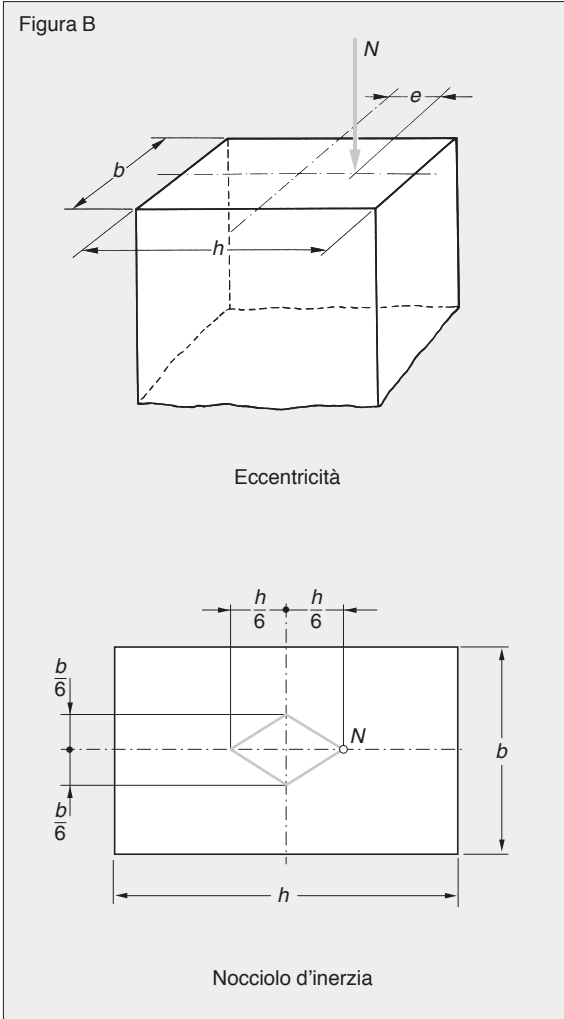
$$\sigma_{id} = \frac{N}{\pi \cdot r^2} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot M_t}{N \cdot r} \right)^2}$$

dove r è il raggio dell'albero.

Il caso di **sforzo assiale e flessione** si ha quando la risultante delle forze esterne è parallela all'asse longitudinale della trave e distante e , *eccentricità*, da esso o è inclinata di un certo angolo rispetto all'asse stesso (ma in questo caso si ha anche taglio). Nel primo caso si può trasportare la risultante N sull'asse inserendo un **momento di trasporto** $M_f = N \cdot e$. Entrambe le sollecitazioni producono tensioni interne normali σ_c e σ_f e quindi la tensione ideale è pari alla somma algebrica delle tensioni dovute alle due sollecitazioni. In base ai segni e ai valori assoluti delle singole tensioni queste si possono comporre in vari modi e la σ_{id} sarà quindi confrontata con il giusto carico di sicurezza (a compressione o a trazione).

Tutte le parti di un **pilastro in muratura** (figura B) devono risultare compresse. Se il pilastro è rettangolare di lati b e h , ponendo $\sigma_c = \sigma_f$ per ottenere solo compressione, risulta:

$$e = \frac{h}{6}$$



Si ottiene un **nocciolo centrale d'inerzia** all'interno del quale deve agire il carico N . Se la sezione fosse circolare si ottiene un nocciolo centrale d'inerzia di raggio pari a $1/4$ di quello della sezione.

Il caso di **flessione e taglio** è uno dei più comuni. Il calcolo deve essere riferito alla sezione maggiormente sollecitata, anche se raramente il massimo sforzo di taglio e il massimo valore del momento flettente ricadono nella stessa sezione. Inoltre l'andamento delle tensioni dovute alla due sollecitazioni è molto diverso in una sezione (figura C).

Si procede quindi valutando solo l'effetto del momento flettente e poi si verifica la sezione soggetta al massimo valore del taglio tenendo conto anche del momento flettente.

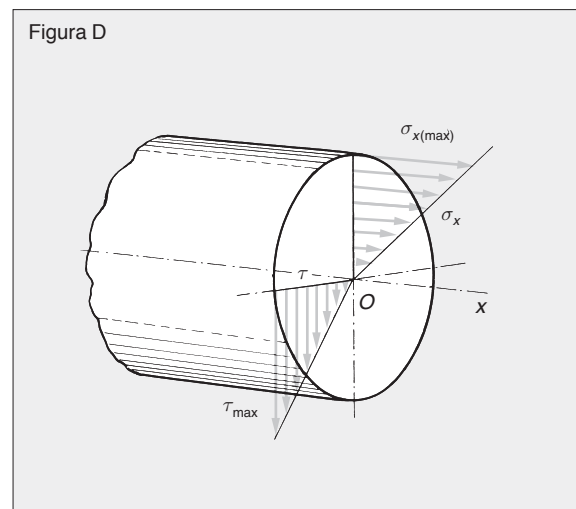
Il caso di **flessione e torsione** è comune negli alberi rotanti delle macchine. Il momento torcente è prodotto dalla potenza trasmessa dall'albero, mentre la flessione è dovuta al peso dell'albero e degli organi calettati su di esso. Essendo il momento torcente

costante, si esegue il calcolo nella sezione dove si ottiene il massimo valore del momento flettente. L'andamento delle tensioni in questa sezione è mostrata nella figura D.

Per **travi a sezione circolare** si ottiene, in base all'ipotesi di Von Mises, avendo definito il **momento flettente ideale** come $M_{f(id)} = W_f \cdot \sigma_{id}$, la formula:

$$M_{f(id)} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2}$$

Per sezioni non circolari piene si devono introdurre degli opportuni coefficienti correttivi o calcolare separatamente le σ e le τ . Ottenuto $M_{f(id)}$ si utilizza l'equazione di stabilità a flessione. Poiché il regime di rotazione si inverte spesso negli alberi, è opportuno valutare il carico di sicurezza tenendo conto della fatica.



Capitolo 9

Una trave di elevata lunghezza, soggetta a compressione, deve essere dimensionata a **carico di punta**. Una trave corta, invece, si rompe per schiacciamento quando la tensione supera il carico di sicurezza a compressione.

Se una trave soggetta a carico di punta P subisce una piccola inflessione laterale e , si genera un momento flettente pari a $P \cdot e$, in quanto il carico non agisce più in senso rigorosamente assiale. Si sviluppano nella trave una serie di tensioni atte quindi a contrastare questo momento.

La condizione di vincolo influenza l'eccentricità; si definisce quindi una **lunghezza libera di inflessione** l_0 che si sostituisce alla lunghezza effettiva nei calcoli, in funzione delle condizioni di vincolo (figura A). Questi valori si modificano se si tiene conto del cedimento dei vincoli.

Indicando con ρ_{\min} il raggio d'inerzia minore della sezione della trave, si definisce il **rapporto di snellezza**

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho_{\min}}$$

Se il suo valore è elevato, si deve dimensionare la trave a carico di punta.

Il **carico critico** è il carico limite per assicurare l'equilibrio della trave:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_0^2}$$

Quindi il carico che la trave può sopportare con grado di sicurezza a è pari a:

$$P = \frac{\pi^2}{a} \cdot \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2}$$

dove si deve tener conto che la sollecitazione ha carattere dinamico.

La formula che definisce il carico critico è la **formula di Eulero**; da essa si può osservare che, perché una trave resista al carico di punta, è opportuno:

- adottare sezioni cave, per avere alti momenti d'inerzia con A modeste;
- evitare sezioni con momenti d'inerzia troppo diversi rispetto ai due assi, quindi sono sconsigliabili tutti i profilati mentre si prestano bene le sezioni circolari cave e quelle a «cassone»;
- evitare di utilizzare costosi acciai ad alta resistenza, in quanto il carico critico non dipende dal carico di rottura ma da E , che è praticamente uguale per tutti gli acciai.

La formula di Eulero non permette di studiare le travi tozze (basso λ) in quanto il valore del carico critico può essere superiore al carico unitario di sicurezza a compressione. Il **limite di validità** della formula di Eulero è

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

valore indicato con λ_{\lim} . Per valori superiori di λ , le tensioni interne sono sicuramente inferiori al limite di proporzionalità se si utilizza la formula di Eulero. I valori di λ_{\lim} variano da 85 a 105 per gli acciai, da 70 a 80 per la ghisa, mentre per il legno è circa 100.

La formula di Eulero può essere utilizzata sia per il calcolo di verifica sia per il calcolo di progetto.

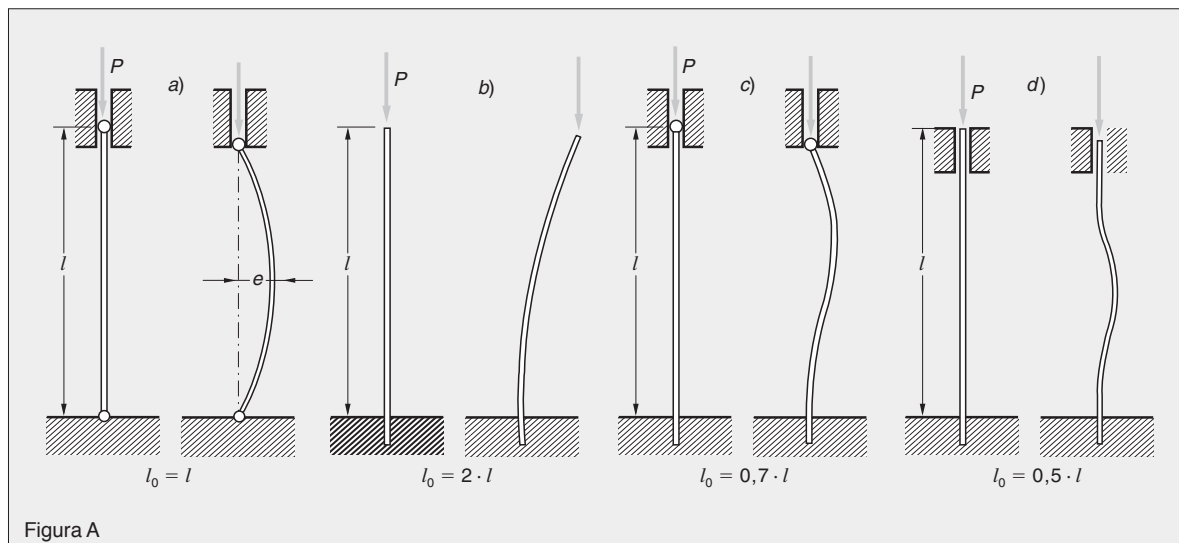


Figura A

Scrivendo la tensione critica come

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

la formula di Eulero è rappresentata da un'iperbole cubica, se riportata in un grafico con in ascisse i valori di λ e in ordinate i valori delle tensioni. Per valori di λ inferiori a λ_{lim} si possono utilizzare varie leggi che graficamente si raccordano all'iperbole di Eulero.

Una delle formule che ha valore esteso a tutti i valori di snellezza è la **formula di Rankine**:

$$P = \frac{\sigma_{amc} \cdot A}{1 + \alpha \cdot \lambda^2}$$

dove α è un coefficiente calcolato sperimentalmente funzione del materiale. La formula offre un grado di sicurezza variabile in funzione di λ ; per ovviare a questo si potrebbe utilizzare un α che varia in funzione di λ . La formula si presta sia al calcolo di

verifica sia a quello di progetto.

Un metodo semplice per il calcolo di strutture soggette al carico di punta è il **metodo omega**, dove il carico di sicurezza a compressione è ridotto mediante un opportuno coefficiente ω . Si ottiene:

$$\frac{\omega \cdot P}{A} \leq \sigma_{amc}$$

Il valore di ω si può valutare mediante:

- **tabelle**, dove ω è funzione di λ per i materiali più comuni, al variare della forma della sezione e del materiale;
- **grafici**, dove ω è funzione di λ/λ_p , al variare della forma della sezione, determinando prima il valore

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_s}}$$

La progettazione sarà quindi svolta mediante successive approssimazioni.

Capitolo 7

Si definiscono **travi inflesse** quelle strutture soggette a forze normali al proprio asse geometrico, atte a generare contemporaneamente sollecitazioni di flessione e taglio.

Il **diagramma del momento flettente** si traccia rispetto a una **linea fondamentale** proporzionale alla lunghezza della trave, riportando i momenti positivi al di sotto della linea fondamentale e quelli negativi al di sopra (figura A). A questo modo il diagramma del momento ricorda la configurazione deformata della trave.

Il **diagramma del taglio** si traccia rispetto alla linea fondamentale e si riporta il taglio positivo al di sopra della linea fondamentale. Il diagramma del taglio è una spezzata con discontinuità in corrispondenza dei carichi concentrati (figura B).

Tramite il **calcolo differenziale**, indicando con q il carico distribuito lungo la trave e con x la coordinata lungo l'asse della trave, si ottiene:

$$\frac{dT}{dx} = -q \quad \frac{dM}{dx} = T$$

Nelle **travi a mensola** con:

- un solo carico concentrato all'estremo libero, il diagramma del momento flettente è un triangolo mentre quello del taglio è un rettangolo;
- più carichi concentrati, i diagrammi si ottengono sovrapponendo gli effetti dei singoli carichi concentrati;
- un carico distribuito costante, il diagramma del momento flettente varia con legge parabolica e quello del taglio è un triangolo;
- un carico concentrato linearmente variabile lungo la lunghezza della trave, il diagramma del taglio varia con legge parabolica.

Nelle **travi appoggiate** con:

- un carico concentrato tra gli appoggi, il diagramma del momento è un triangolo con vertice in corrispondenza del carico, mentre quello del taglio è composto da due rettangoli e ha una discontinuità passando da negativo a positivo in corrispondenza del carico;
- più carichi concentrati, i diagrammi si ottengono sovrapponendo gli effetti dei singoli carichi concentrati;
- un carico distribuito costante, il diagramma del momento flettente è una parabola con vertice in corrispondenza del punto centrale, mentre quello del taglio è composto da due triangoli e si annulla dove il momento flettente è massimo;
- un carico distribuito su un solo tratto di trave, il diagramma è simile al caso precedente e dove non è presente il carico distribuito il diagramma del momento flettente varia linearmente, mentre quello del taglio rimane costante.

Nelle **travi con sbalzo** conviene scomporre la struttura in travi parziali assimilabili a casi semplici studiati in precedenza oppure si possono studiare mediante metodi analitici o con procedimenti grafici.

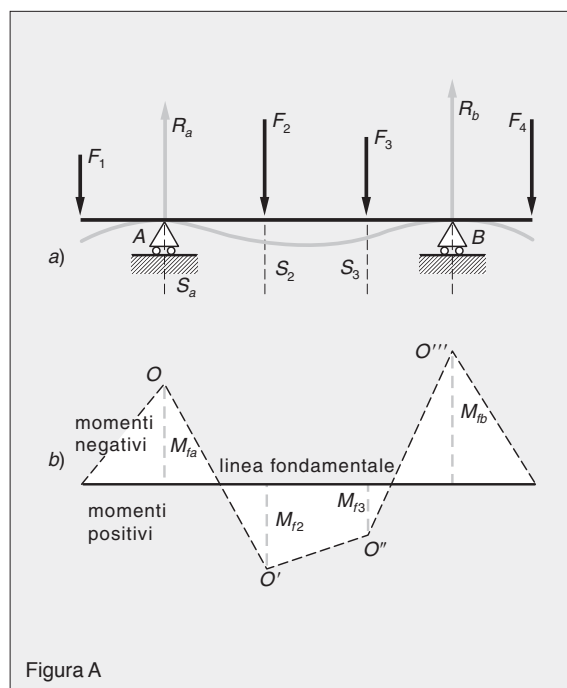


Figura A

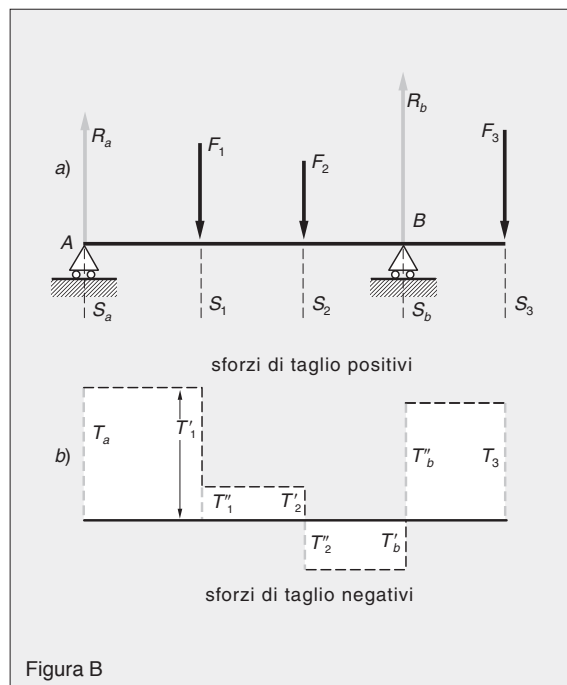


Figura B